

## 滤波器中的 $F_0$ 和 $Q$

作者: Hank Zumbahlen,  
Analog Devices, Inc.

### 引言

本小型指南将介绍滤波器的截止频率( $F_0$ )和品质因素( $Q$ ),这是系统介绍集成运算放大器的分立式电路的系列小型指南之一。

滤波器的 $F_0$ 定义为该滤波器的截止频率。一般地,这是指幅度响应比通带低3 dB时的频率。对于切比雪夫滤波器,有时可以定义为幅度响应降至通带以外时的频率。例如,一个0.1 dB切比雪夫滤波器的 $F_0$ 可以定义为响应下降> 0.1 dB时的频率。

如果考察的是实际频率与截止频率之比,而不是实际频率本身,则衰减曲线的形状(以及相位和延迟曲线,它们定义着滤波器的时域响应)将是相同的。将滤波器归一化至1 rad/s,则可开发出一种简单的滤波器设计和比较系统。在此基础上,用截止频率对滤波器进行缩放,以确定实际滤波器的元件值。

$Q$ 定义为滤波器的品质因素。有时也表示为 $\alpha$ ,其中:

$$\alpha = \frac{1}{Q} \quad (1)$$

这通常称为阻尼比。请注意,有时使用 $\xi$ ,其中:

$$\xi = 2\alpha \quad (2)$$

若 $Q > 0.707$ ,则滤波器响应中会有些峰值化现象。若 $Q < 0.707$ , $F_0$ 处的滚降会稍大;斜率将更平坦些,滚降发生的时间将提前。对于2极点低通滤波器的峰值化量与 $Q$ 的关系如图1所示。

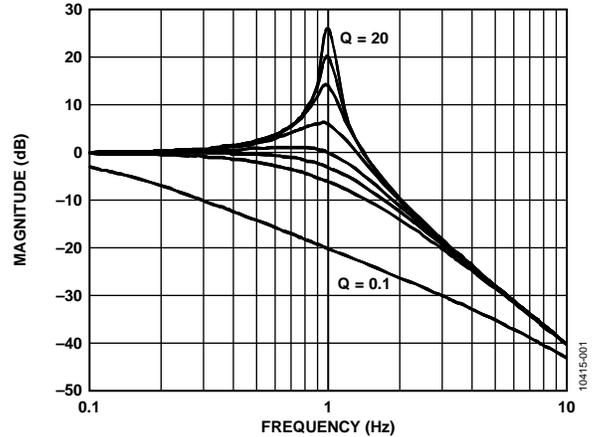


图1. 低通滤波器峰值化与 $Q$ 的关系

用 $\omega_0$ 和 $Q$ 改写传递函数 $H(s)$ :

$$H(s) = \frac{H_0}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \quad (3)$$

其中, $H_0$ 为通带增益且 $\omega_0 = 2\pi F_0$ 。

现在,我们将用该低通原型来设计滤波器。

### 高通滤波器

把低通原型的传递公式 $H(s)$ 的分子改为 $H_0 s^2$ ,结果将使低通滤波器变成高通滤波器。该高通滤波器的响应在形状上与低通滤波器相似,只是频率反相而已。

高通滤波器的传递函数为:

$$H(s) = \frac{H_0 s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \quad (4)$$

2极点高通滤波器的响应如图2所示。

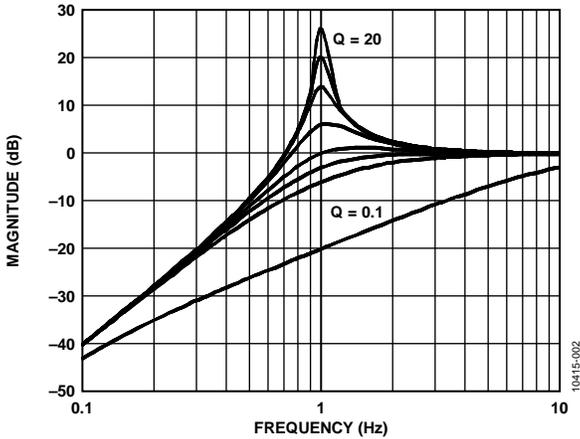


图2. 高通滤波器峰值化与Q的关系

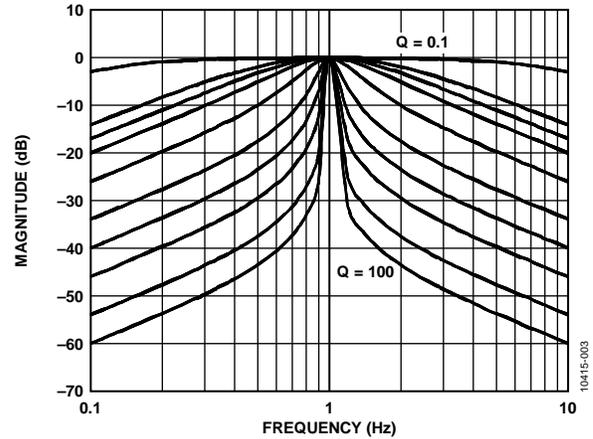


图3. 带通滤波器峰值化与Q的关系

## 带通滤波器

把低通原型的分子改为 $H_0\omega_0^2$ ，结果将把滤波器变成一个带通函数。

带通滤波器的传递函数为：

$$H(s) = \frac{H_0\omega_0 s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \quad (5)$$

其中： $\omega$ 为滤波器增益峰值化时的频率( $F_0 = 2\pi\omega_0$ )。

$H_0$ 为电路增益，定义为：

$$H_0 = H/Q. \quad (6)$$

对带通响应来说，Q有特殊意义。它是滤波器的选择性。定义为：

$$Q = \frac{F_0}{F_H - F_L} \quad (7)$$

其中， $F_L$ 和 $F_H$ 响应比最大值相差-3 dB时的频率。

滤波器的带宽(BW)定义为

$$BW = F_H - F_L \quad (8)$$

请注意，可以证明，谐振频率( $F_0$ )为 $F_L$ 和 $F_H$ 的几何平均值，这就意味着， $F_0$ 在对数尺度上将出现在 $F_L$ 和 $F_H$ 二者的中点。

$$F_0 = \sqrt{F_H F_L}$$

另需注意的是，在对数尺度上，带通响应的波裙在 $F_0$ 左右始终是对称的。

带通滤波器对各种Q值的响应如图3所示。

这里需要提醒一下。带通滤波器有两种定义方式。窄带情况为经典定义，如图3所示。

然而，在某些情况下，如果高、低截止频率相差很大，则带通滤波器采用独立的高通和低通部分进行构造。这里所说的相差很大是说至少相差2个倍频程(频率 $\times 4$ )。这是使用宽带的情况。

## 带阻(陷波)滤波器

把分子改为 $s^2 + \omega_z^2$ ，就可以将滤波器转换成一种带阻或陷波滤波器。就如带通滤波器一样，如果带阻滤波器的转折频率之间间隔大于一个倍频程(宽带情况)，则可用单独的低通和高通部分构造。因此，我们将采用以下规范：窄带带阻滤波器将称为陷波滤波器，宽带带阻滤波器称为带阻滤波器。

陷波(或带阻)传递函数为：

$$H(s) = \frac{H_0(s^2 + \omega_z^2)}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \quad (9)$$

陷波滤波器的特性有三种情况，如图4所示。极点频率 $\omega_0$ 与零点频率 $\omega_z$ 的关系决定着滤波器是标准陷波、低通陷波，还是高通陷波。

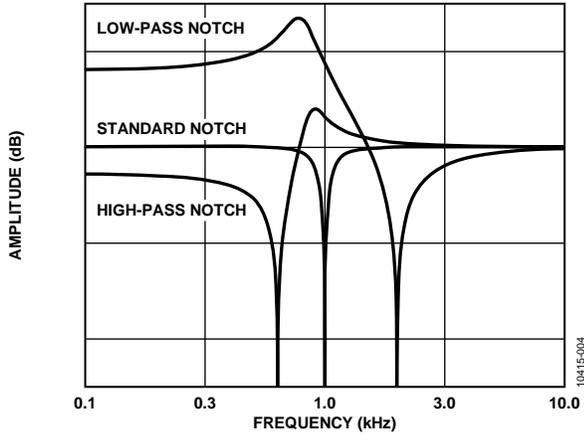


图4. 标准、低通和高通陷波

如果零点频率等于极点频率，则存在标准陷波。在此例中，零位于 $j\omega$ 平面，其中，定义极点频率的曲线与轴相交。

当零点频率大于极点频率时，会发生低通陷波。这种情况下， $\omega_z$ 位于极点频率曲线之外。对实际应用来说，这意味着，滤波器在 $\omega_z$ 以下的响应将大于 $\omega_z$ 以上的响应。结果形成一种椭圆形的低通滤波器。

当零点频率小于极点频率时，会产生高通陷波滤波器。这种情况下， $\omega_z$ 位于极点频率曲线之内。对实际应用来说，这意味着，滤波器在 $\omega_z$ 以下的响应将小于 $\omega_z$ 以上的响应。结果形成一种椭圆形的高通滤波器。

陷波宽度随Q的变化情况如图5所示。

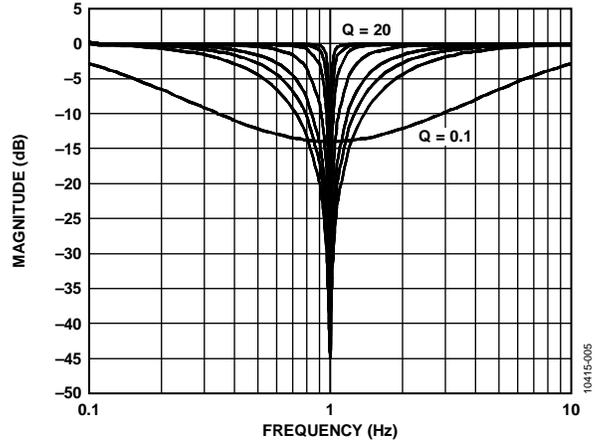


图5. 陷波滤波器宽度与各种Q值下的频率之间的关系

**参考文献**

Zumbahlen, Hank. *Linear Circuit Design Handbook*. Elsevier. 2008. ISBN: 978-7506-8703-4.

**修订历史**

2012年1月—修订版0：初始版