

切比雪夫响应

作者: ADI公司
Hank Zumbahlen

引言

切比雪夫滤波器是一款内置精密运算放大器的电路,也是一系列小型指南中描述的分立式电路之一。

目录

切比雪夫响应简介	2	极点位置表.....	8
频率响应、群延迟、脉冲响应和阶跃响应.....	3	0.01 dB切比雪夫设计.....	8
0.01 dB切比雪夫响应.....	3	0.1 dB切比雪夫设计.....	9
0.1 dB切比雪夫响应.....	4	0.25 dB切比雪夫设计.....	10
0.25 dB切比雪夫响应.....	5	0.5 dB切比雪夫设计.....	11
0.5 dB切比雪夫响应.....	6	1 dB切比雪夫设计.....	12
1 dB切比雪夫响应.....	7		

修订历史

2012年1月—修订版0: 初始版

切比雪夫响应简介

与相同阶数的巴特沃兹滤波器相比，切比雪夫(Chebyshev)滤波器的过渡带较窄，但通带中存在波纹，而且瞬态响应略有下降。这种滤波器的得名是因为切比雪夫滤波器最小化了最大纹波的权重，这就是切比雪夫准则。

切比雪夫滤波器直流相对衰减为0 dB。奇阶滤波器的衰减带从0 dB延伸至波纹值。偶阶滤波器的增益与通带波纹相等。通带中的波纹周期数等于滤波器阶数。

把巴特沃兹滤波器的极点移至右边(向轴靠近)，形成一个椭圆形，这样即可确定切比雪夫滤波器的极点。其方法是用 k_r 乘以极点的实部，用 k_i 乘以极点的虚部。 k_r 和 k_i 两个值可通过以下方程算出

$$K_r = \sinh A \quad (1)$$

$$K_i = \cosh A \quad (2)$$

其中：

$$A = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \frac{1}{\epsilon} \quad (3)$$

其中， n 为滤波器的阶数，并且

$$\epsilon = \sqrt{10^R - 1} \quad (4)$$

$$R = \frac{R_{dB}}{10} \quad (5)$$

其中：

$$R_{dB} = \text{以dB表示的通带纹波} \quad (6)$$

图1展示的是一个5极点1 dB切比雪夫滤波器的极点位置。

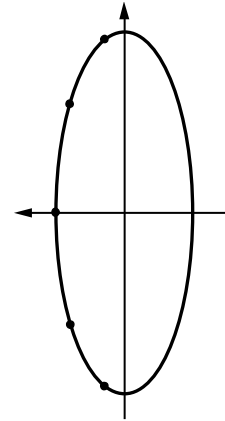


图1. 1 dB切比雪夫滤波器的极点位置

切比雪夫滤波器一般经过归一化处理，以使波纹带边缘为 $\omega_0 = 1$ 。

3 dB带宽通过以下方程计算

$$A_{3dB} = \frac{1}{n} \cosh^{-1} \left(\frac{1}{\epsilon} \right) \quad (7)$$

详见表1。

表1. 3 dB带宽与纹波带宽的关系

阶数	0.01 dB	0.1 dB	0.25 dB	0.5 dB	1 dB
2	3.30362	1.93432	1.59814	1.38974	1.21763
3	1.87718	1.38899	1.25289	1.16749	1.09487
4	1.46690	1.21310	1.13977	1.09310	1.05300
5	1.29122	1.13472	1.08872	1.05926	1.03381
6	1.19941	1.09293	1.06134	1.04103	1.02344
7	1.14527	1.06800	1.04495	1.03009	1.01721
8	1.11061	1.05193	1.03435	1.02301	1.01316
9	1.08706	1.04095	1.02711	1.01817	1.01040
10	1.07033	1.03313	1.02194	1.01471	1.00842

频率响应、群延迟、脉冲响应和阶跃响应

针对各种通带纹波值(0.01 dB、0.1 dB、0.25 dB、0.5 dB和1 dB)的频率响应、群延迟、脉冲响应、阶跃响应和幅度如图2至图26所示。

0.01 DB切比雪夫响应

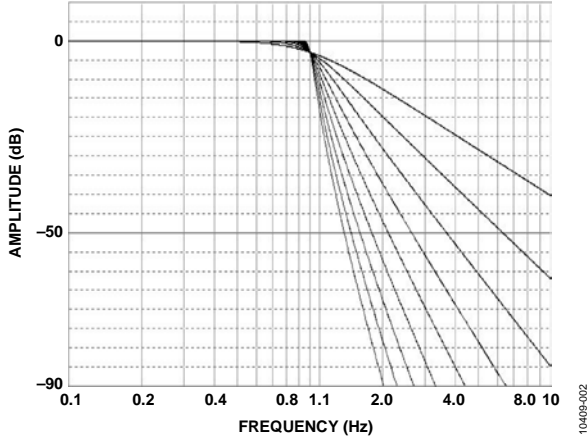


图2. 0.01 dB切比雪夫响应, 幅度

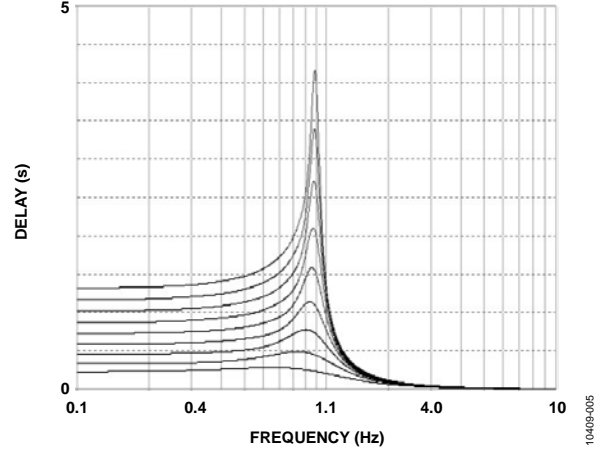


图5. 0.01 dB切比雪夫响应, 群响应

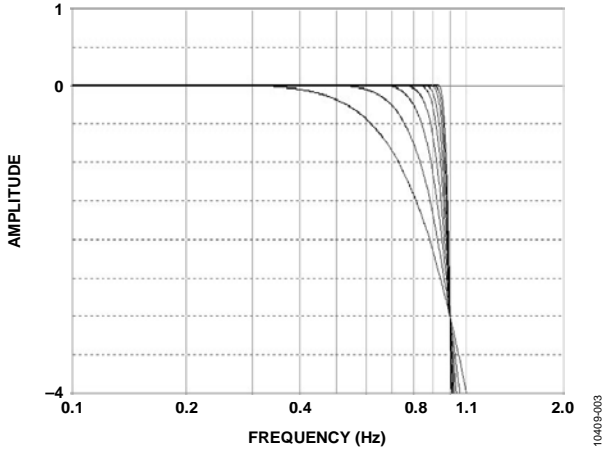


图3. 0.01 dB切比雪夫响应, 幅度(详)

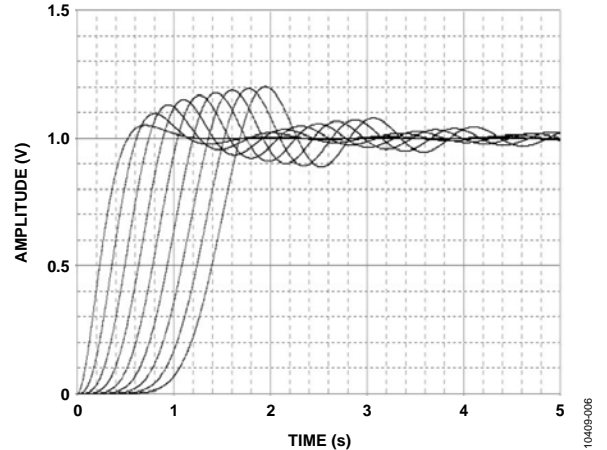


图6. 0.01 dB切比雪夫响应, 阶跃响应

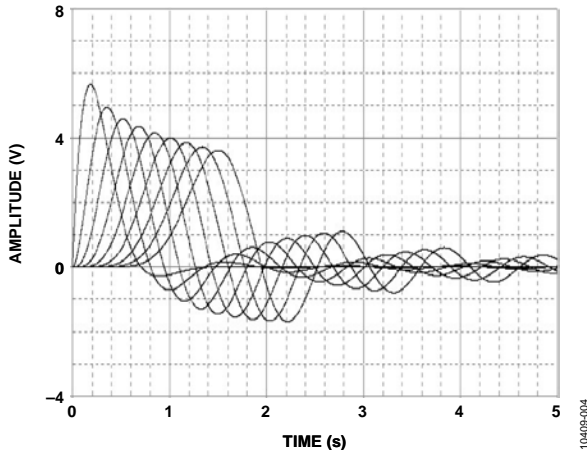


图4. 0.01 dB切比雪夫响应, 脉冲响应

0.1 dB切比雪夫响应

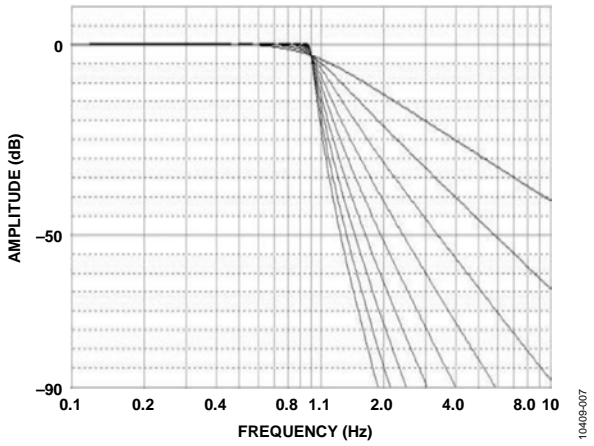


图7. 0.1 dB切比雪夫响应, 幅度

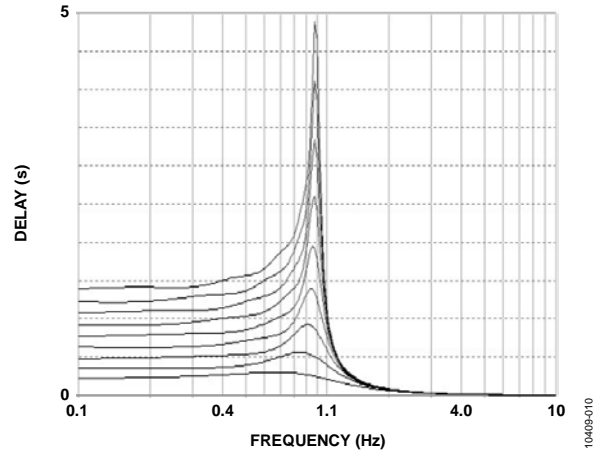


图10. 0.1 dB切比雪夫响应, 群延迟

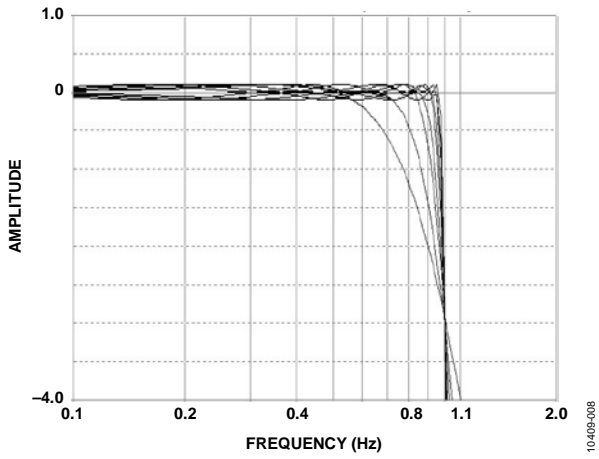


图8. 0.1 dB切比雪夫响应, 幅度(详)

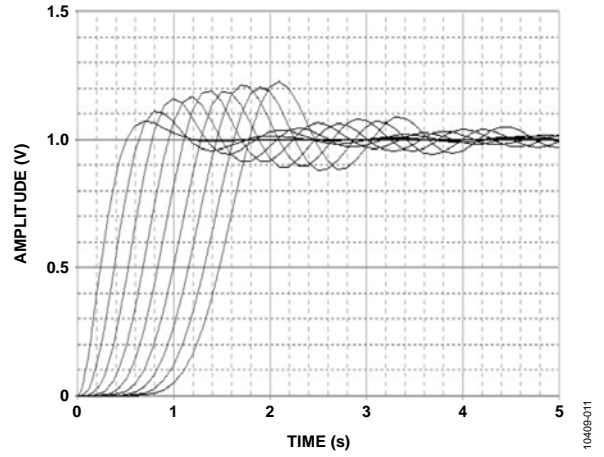


图11. 0.1 dB切比雪夫响应, 阶跃响应

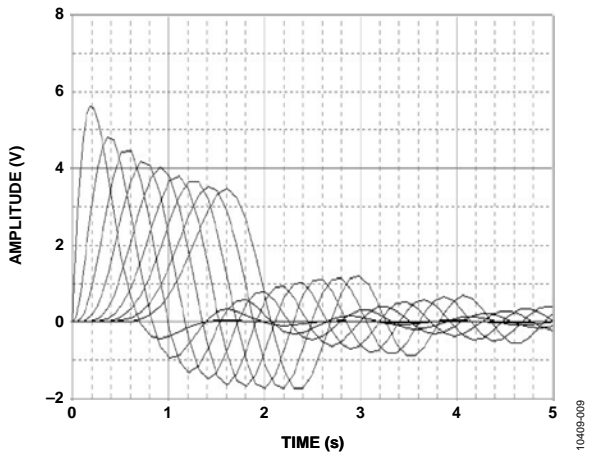


图9. 0.1 dB切比雪夫响应, 脉冲响应

0.25 DB切比雪夫响应

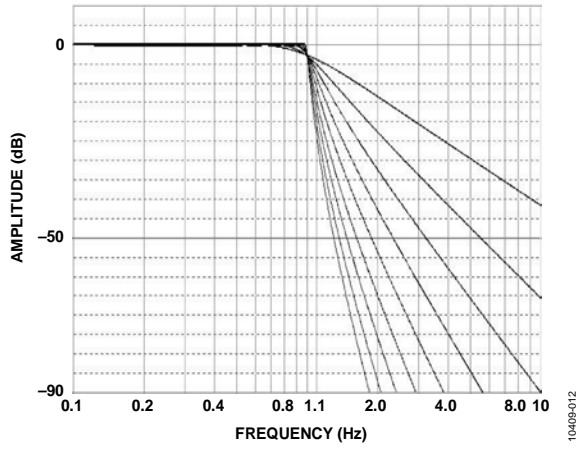


图12. 0.25 dB切比雪夫响应, 幅度

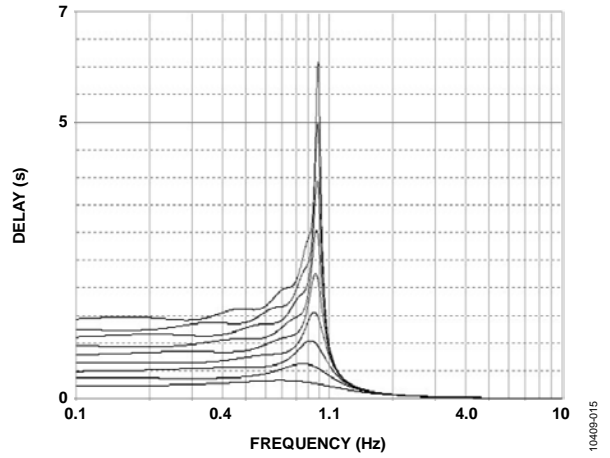


图15. 0.25 dB切比雪夫响应, 群延迟

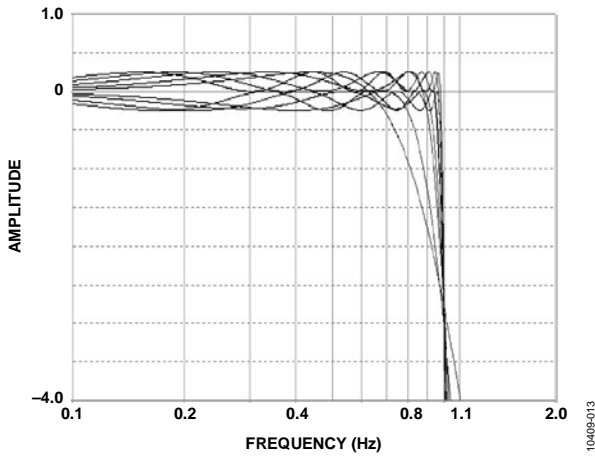


图13. 0.25 dB切比雪夫响应, 幅度(详)

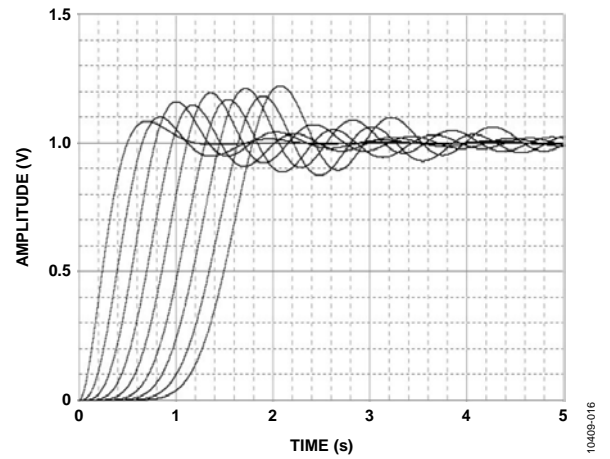


图16. 0.25 dB切比雪夫响应, 阶跃响应

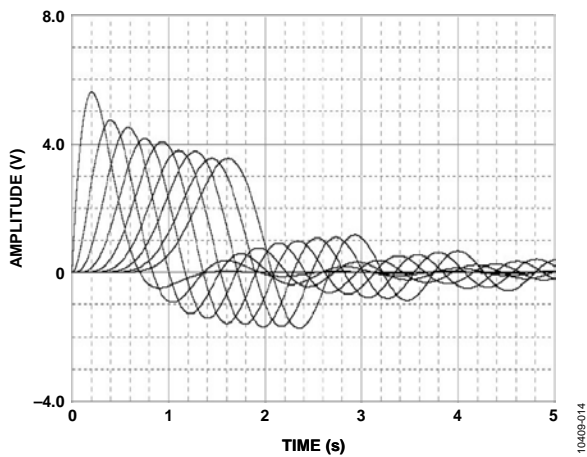


图14. 0.25 dB切比雪夫响应, 脉冲响应

0.5 dB切比雪夫响应

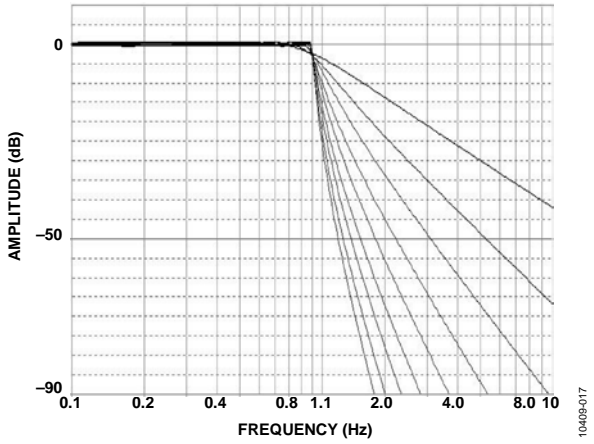


图17. 0.5 dB切比雪夫响应, 幅度

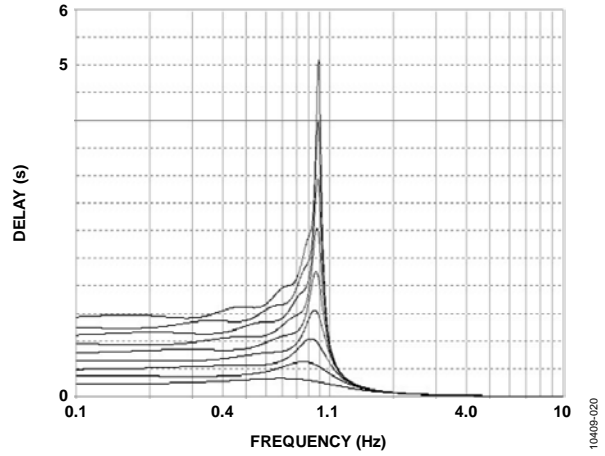


图20. 0.5 dB切比雪夫响应, 群延迟

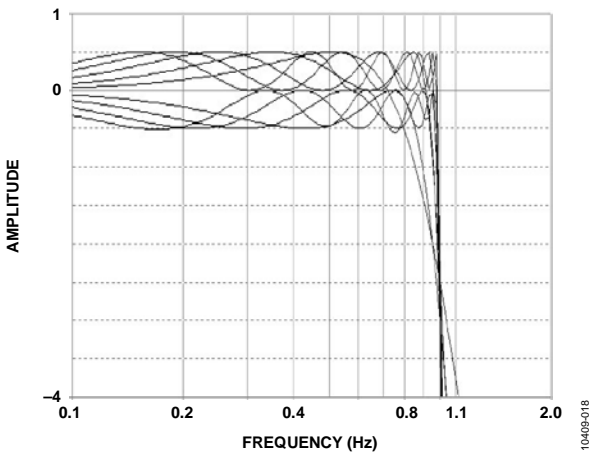


图18. 0.5 dB切比雪夫响应, 幅度(详)

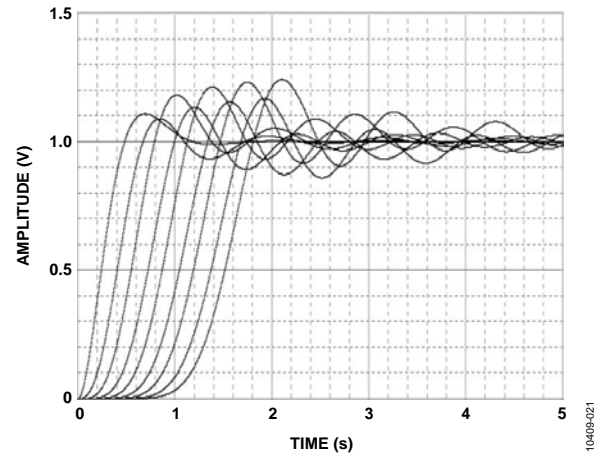


图21. 0.5 dB切比雪夫响应, 阶跃响应

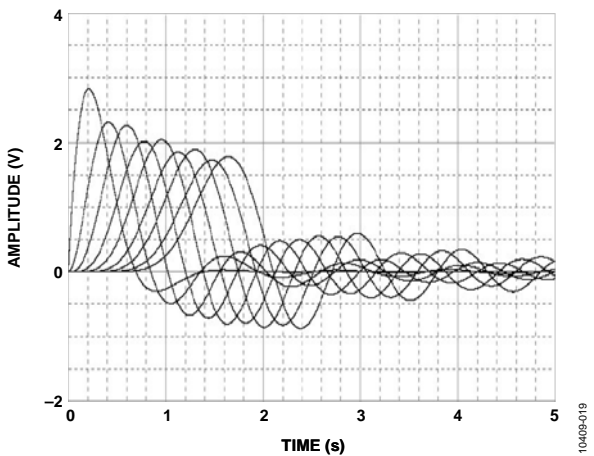


图19. 0.5 dB切比雪夫响应, 脉冲响应

1 dB切比雪夫响应

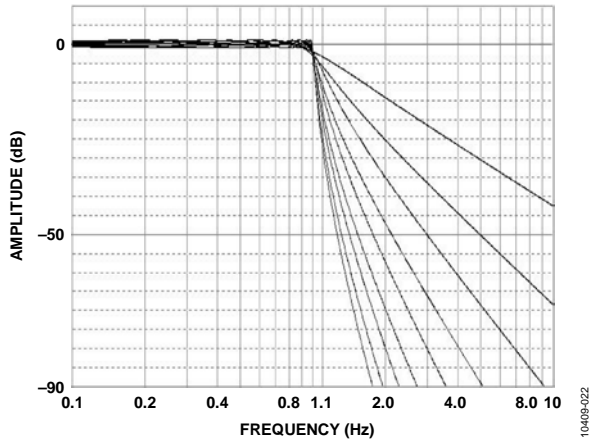


图22. 1 dB切比雪夫响应，幅度

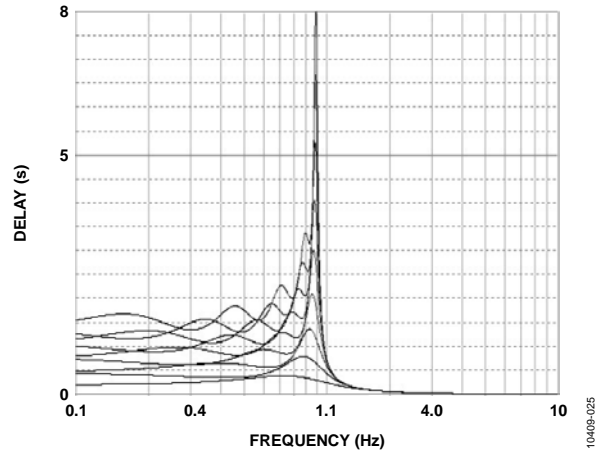


图25. 1 dB切比雪夫响应，群延迟

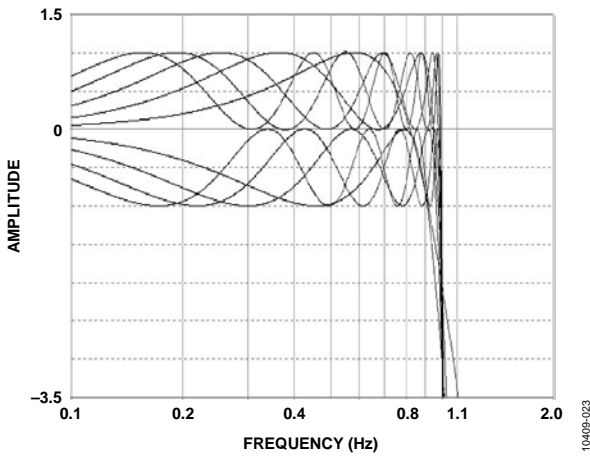


图23. 1 dB切比雪夫响应，幅度(详)

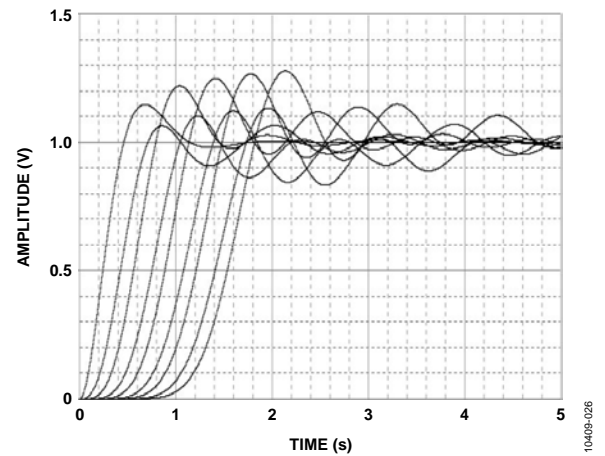


图26. 1 dB切比雪夫响应，阶跃响应

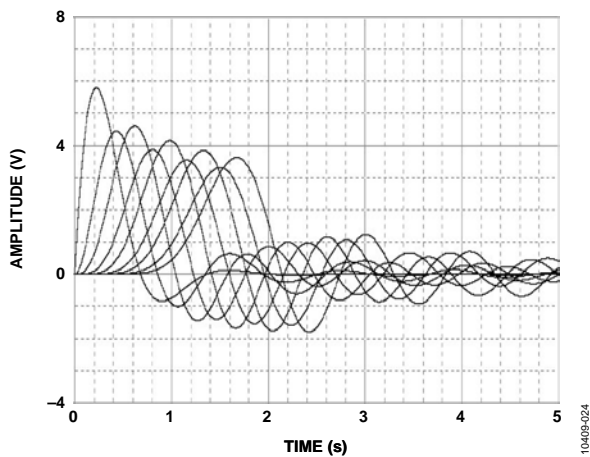


图24. 1 dB切比雪夫响应，脉冲响应

极点位置表

针对这些纹波值的极点位置和对应的 ω_0 和 α 项如表2至表6所示。

0.01 DB切比雪夫设计

表2.

阶数	部分	实部	虚部	F_0	α	Q	-3 db 频率	峰值 频率	峰值 电平
2	1	0.6743	0.7075	0.9774	1.3798	0.7247		0.2142	0.0100
3	1	0.4233	0.8663	0.9642	0.8780	1.1389		0.7558	2.0595
	2	0.8467		0.8467			0.8467		
4	1	0.6762	0.3828	0.7770	1.7405	0.5746	0.6069		
	2	0.2801	0.9241	0.9656	0.5801	1.7237		0.8806	5.1110
5	1	0.5120	0.5879	0.7796	1.3135	0.7613		0.2889	0.0827
	2	0.1956	0.9512	0.9711	0.4028	2.4824		0.9309	8.0772
	3	0.6328		0.6328			0.6328		
6	1	0.5335	0.2588	0.5930	1.7995	0.5557	0.4425		
	2	0.3906	0.7072	0.8079	0.9670	1.0342		0.5895	1.4482
	3	0.1430	0.9660	0.9765	0.2929	3.4144		0.9554	10.7605
7	1	0.4393	0.4339	0.6175	1.4229	0.7028	0.6136		
	2	0.3040	0.7819	0.8389	0.7247	1.3798		0.7204	3.4077
	3	0.1085	0.9750	0.9810	0.2212	4.5208		0.9689	13.1578
	4	0.4876		0.4876			0.4876		
8	1	0.4268	0.1951	0.4693	1.8190	0.5498	0.3451		
	2	0.3168	0.5556	0.6396	0.9907	1.0094		0.4564	1.3041
	3	0.2418	0.8315	0.8659	0.5585	1.7906		0.7956	5.4126
	4	0.0849	0.9808	0.9845	0.1725	5.7978		0.9771	15.2977
9	1	0.3686	0.3420	0.5028	1.4661	0.6821	0.4844		
	2	0.3005	0.6428	0.7096	0.8470	1.1807		0.5682	2.3008
	3	0.1961	0.8661	0.8880	0.4417	2.2642		0.8436	7.3155
	4	0.0681	0.9848	0.9872	0.1380	7.2478		0.9824	17.2249
	5	0.3923		0.3923			0.3923		
10	1	0.3522	0.1564	0.3854	1.8279	0.5471	0.2814		
	2	0.3178	0.454	0.5542	1.1469	0.8719		0.3242	0.5412
	3	0.2522	0.7071	0.7507	0.6719	1.4884		0.6606	3.9742
	4	0.1619	0.891	0.9056	0.3576	2.7968		0.8762	9.0742
	5	0.0558	0.9877	0.9893	0.1128	8.8645		0.9861	18.9669

0.1 DB切比雪夫设计

表3.

阶数	部分	实部	虚部	F_0	α	Q	-3 db 频率	峰值 频率	峰值 电平
2	1	0.6104	0.7106	0.9368	1.3032	0.7673		0.3638	0.0999
3	1	0.3490	0.8684	0.9359	0.7458	1.3408		0.7952	3.1978
	2	0.6970		0.6970			0.6970		
4	1	0.2177	0.9254	0.9507	0.4580	2.1834		0.8994	7.0167
	2	0.5257	0.3833	0.6506	1.6160	0.6188	0.5596		
5	1	0.3842	0.5884	0.7027	1.0935	0.9145		0.4457	0.7662
	2	0.1468	0.9521	0.9634	0.3048	3.2812		0.9407	10.4226
	3	0.4749		0.4749			0.4749		
6	1	0.3916	0.2590	0.4695	1.6682	0.5995	0.3879		
	2	0.2867	0.7077	0.7636	0.7509	1.3316		0.6470	3.1478
	3	0.1049	0.9667	0.9724	0.2158	4.6348		0.9610	13.3714
7	1	0.3178	0.4341	0.5380	1.1814	0.8464		0.2957	0.4157
	2	0.2200	0.7823	0.8126	0.5414	1.8469		0.7507	5.6595
	3	0.0785	0.9755	0.9787	0.1604	6.2335		0.9723	15.9226
	4	0.3528		0.3528			0.3528		
8	1	0.3058	0.1952	0.3628	1.6858	0.5932	0.2956		
	2	0.2529	0.5558	0.6106	0.8283	1.2073		0.4949	2.4532
	3	0.1732	0.8319	0.8497	0.4077	2.4531		0.8137	7.9784
	4	0.0608	0.9812	0.9831	0.1237	8.0819		0.9793	18.1669
9	1	0.2622	0.3421	0.4310	1.2166	0.8219		0.2197	0.3037
	2	0.2137	0.6430	0.6776	0.6308	1.5854		0.6064	4.4576
	3	0.1395	0.8663	0.8775	0.3180	3.1450		0.8550	10.0636
	4	0.0485	0.9852	0.9864	0.0982	10.1795		0.9840	20.1650
	5	0.2790		0.2790			0.2790		
10	1	0.2493	0.1564	0.2943	1.6942	0.5902	0.2382		
	2	0.2249	0.4541	0.5067	0.8876	1.1266		0.3945	1.9880
	3	0.1785	0.7073	0.7295	0.4894	2.0434		0.6844	6.4750
	4	0.1146	0.8913	0.8986	0.2551	3.9208		0.8839	11.9386
	5	0.0395	0.9880	0.9888	0.0799	12.5163		0.9872	21.9565

MT-206

0.25 DB切比雪夫设计

表4.

阶数	部分	实部	虚部	F ₀	a	Q	-3 db 频率	峰值 频率	峰值 电平
2	1	0.5621	0.7154	0.9098	1.2356	0.8093		0.4425	0.2502
3	1	0.3062	0.8712	0.9234	0.6632	1.5079		0.8156	4.0734
	2	0.6124		0.6124			0.6124		
4	1	0.4501	0.3840	0.5916	1.5215	0.6572	0.5470		
	2	0.1865	0.9272	0.9458	0.3944	2.5356		0.9082	8.2538
5	1	0.3247	0.5892	0.6727	0.9653	1.0359		0.4917	1.4585
	2	0.1240	0.9533	0.9613	0.2580	3.8763		0.9452	11.8413
	3	0.4013		0.4013			0.4013		
6	1	0.3284	0.2593	0.4184	1.5697	0.6371	0.3730		
	2	0.2404	0.7083	0.7480	0.6428	1.5557		0.6663	4.3121
	3	0.0880	0.9675	0.9715	0.1811	5.5205		0.9635	14.8753
7	1	0.2652	0.4344	0.5090	1.0421	0.9596		0.3441	1.0173
	2	0.1835	0.7828	0.8040	0.4565	2.1908		0.7610	7.0443
	3	0.0655	0.9761	0.9783	0.1339	7.4679		0.9739	17.4835
	4	0.2944		0.2944			0.2944		
8	1	0.2543	0.1953	0.3206	1.5862	0.6304	0.2822		
	2	0.2156	0.5561	0.5964	0.7230	1.3832		0.5126	3.4258
	3	0.1441	0.8323	0.8447	0.3412	2.9309		0.8197	9.4683
	4	0.0506	0.9817	0.9830	0.1029	9.7173		0.9804	19.7624
9	1	0.2176	0.3423	0.4056	1.0730	0.9320		0.2642	0.8624
	2	0.1774	0.6433	0.6673	0.5317	1.8808		0.6184	5.8052
	3	0.1158	0.8667	0.8744	0.2649	3.7755		0.8589	11.6163
	4	0.0402	0.9856	0.9864	0.0815	12.2659		0.9848	21.7812
	5	0.2315		0.2315			0.2315		
10	1	0.2065	0.1565	0.2591	1.5940	0.6274	0.2267		
	2	0.1863	0.4543	0.4910	0.7588	1.3178		0.4143	3.0721
	3	0.1478	0.7075	0.7228	0.4090	2.4451		0.6919	7.9515
	4	0.0949	0.8915	0.8965	0.2117	4.7236		0.8864	13.5344
	5	0.0327	0.9883	0.9888	0.0661	15.1199		0.9878	23.5957

0.5 DB切比雪夫设计

表5.

阶数	部分	实部	虚部	F_0	α	Q	-3 db 频率	峰值 频率	峰值 电平
2	1	0.5129	0.7225	1.2314	1.1577	0.8638		0.7072	0.5002
3	1	0.2683	0.8753	1.0688	0.5861	1.7061		0.9727	5.0301
	2	0.5366		0.6265			0.6265		
4	1	0.3872	0.3850	0.5969	1.4182	0.7051	0.5951		
	2	0.1605	0.9297	1.0313	0.3402	2.9391		1.0010	9.4918
5	1	0.2767	0.5902	0.6905	0.8490	1.1779		0.5522	2.2849
	2	0.1057	0.9550	1.0178	0.2200	4.5451		1.0054	13.2037
	3	0.3420		0.3623			0.3623		
6	1	0.2784	0.2596	0.3963	1.4627	0.6836	0.3827		
	2	0.2037	0.7091	0.7680	0.5522	1.8109		0.7071	5.5025
	3	0.0746	0.9687	1.0114	0.1536	6.5119		1.0055	16.2998
7	1	0.2241	0.4349	0.5040	0.9161	1.0916		0.3839	1.7838
	2	0.1550	0.7836	0.8228	0.3881	2.5767		0.7912	8.3880
	3	0.0553	0.9771	1.0081	0.1130	8.8487		1.0049	18.9515
	4	0.2487		0.2562			0.2562		
8	1	0.2144	0.1955	0.2968	1.4779	0.6767	0.2835		
	2	0.1817	0.5565	0.5989	0.6208	1.6109		0.5381	4.5815
	3	0.1214	0.8328	0.8610	0.2885	3.4662		0.8429	10.8885
	4	0.0426	0.9824	1.0060	0.0867	11.5305		1.0041	21.2452
9	1	0.1831	0.3425	0.3954	0.9429	1.0605		0.2947	1.6023
	2	0.1493	0.6436	0.6727	0.4520	2.2126		0.6374	7.1258
	3	0.0974	0.8671	0.8884	0.2233	4.4779		0.8773	13.0759
	4	0.0338	0.9861	1.0046	0.0686	14.5829		1.0034	23.2820
	5	0.1949		0.1984			0.1984		
10	1	0.1736	0.1566	0.2338	1.4851	0.6734	0.2221		
	2	0.1566	0.4545	0.4807	0.6515	1.5349		0.4267	4.2087
	3	0.1243	0.7078	0.7186	0.3459	2.8907		0.6968	9.3520
	4	0.0798	0.8919	0.8955	0.1782	5.6107		0.8883	15.0149
	5	0.0275	0.9887	0.9891	0.0556	17.9833		0.9883	25.1008

MT-206

1 DB切比雪夫设计

表6.

阶数	部分	实部	虚部	F_0	α	Q	-3 db 频率	峰值 频率	峰值 电平
2	1	0.4508	0.7351	0.8623	1.0456	0.9564		0.5806	0.9995
3	1	0.2257	0.8822	0.9106	0.4957	2.0173	0.4513	0.8528	6.3708
	2	0.4513		0.4513					
4	1	0.3199	0.3868	0.5019	1.2746	0.7845		0.2174	0.1557
	2	0.1325	0.9339	0.9433	0.2809	3.5594		0.9245	11.1142
5	1	0.2265	0.5918	0.6337	0.7149	1.3988	0.2800	0.5467	3.5089
	2	0.0865	0.9575	0.9614	0.1800	5.5559		0.9536	14.9305
	3	0.2800		0.2800					
6	1	0.2268	0.2601	0.3451	1.3144	0.7608		0.1273	0.0813
	2	0.1550	0.7106	0.7273	0.4262	2.3462		0.6935	7.6090
	3	0.0608	0.9707	0.9726	0.1249	8.0036		0.9688	18.0827
7	1	0.1819	0.4354	0.4719	0.7710	1.2971	0.2019	0.3956	2.9579
	2	0.1259	0.7846	0.7946	0.3169	3.1558		0.7744	10.0927
	3	0.0449	0.9785	0.9795	0.0918	10.8982		0.9775	20.7563
	4	0.2019		0.2019					
8	1	0.1737	0.1956	0.2616	1.3280	0.7530		0.0899	0.0611
	2	0.1473	0.5571	0.5762	0.5112	1.9560		0.5373	6.1210
	3	0.0984	0.8337	0.8395	0.2344	4.2657		0.8279	12.6599
	4	0.0346	0.9836	0.9842	0.0702	14.2391		0.9830	23.0750
9	1	0.1482	0.3427	0.3734	0.7938	1.2597	0.1577	0.3090	2.7498
	2	0.1208	0.6442	0.6554	0.3686	2.7129		0.6328	8.8187
	3	0.0788	0.8679	0.8715	0.1809	5.5268		0.8643	14.8852
	4	0.0274	0.9869	0.9873	0.0555	18.0226		0.9865	25.1197
	5	0.1577		0.1577					
10	1	0.1403	0.1567	0.2103	1.3341	0.7496		0.0698	0.0530
	2	0.1266	0.4548	0.4721	0.5363	1.8645		0.4368	5.7354
	3	0.1005	0.7084	0.7155	0.2809	3.5597		0.7012	11.1147
	4	0.0645	0.8926	0.8949	0.1441	6.9374		0.8903	16.8466
	5	0.0222	0.9895	0.9897	0.0449	22.2916		0.9893	26.9650

参考文献

Zumbahlen, Hank. *Linear Circuit Design Handbook*. Elsevier. 2008. ISBN: 978-7506-8703-4.